ISSN 2075-9827 http://www.journals.pu.if.ua/index.php/cmp
Carpathian Math. Publ. 2013, **5** (1), 143–149 Карпатські матем. публ. 2013, Т.5, №1, С.143–149
doi:10.15330/cmp.5.1.143-149

Черковський Т.М.

СУПЕРКОМПАКТНІСТЬ ПРОСТОРІВ ЄМНОСТЕЙ ТА ЇЇ НАСЛІДКИ

Доведено, що простір нормованих дійснозначних ємностей на відкрито-породженому компакті є абсолютним ретрактом. Показано, що у просторі нормованих граткозначних ємностей існує нормальна бінарна передбаза для замкнених множин, звідки випливає, що цей простір є простором Дугунджі.

Ключові слова і фрази: суперкомпактність, ємність, простір Дугунджі, абсолютний ретракт.

Vasyl Stefanyk Precarpathian National University, 57 Shevchenka str., 76018, Ivano-Frankivsk, Ukraine
E-mail: tymofiy.cher@gmail.com

1 Вступ

Простір X називається *суперкомпактним* [6], якщо він має бінарну передбазу для замкнених множин. Сім'я $\mathcal{P}$ замкнених підмножин X є *бінарною*, якщо будь-яка зчеплена підсім'я із $\mathcal{P}$ має непорожній перетин (система підмножин X є *зчепленою*, якщо кожні два елементи цієї системи перетинаються). Передбаза $\mathcal{P}$ називається *нормальною*, якщо для кожних $S_0, S_1 \in \mathcal{P}$ із $S_0 \cap S_1 = \varnothing$ існують такі $T_0, T_1 \in \mathcal{P}$, що

$$S_0 \cap T_0 = \varnothing = T_1 \cap S_1 \quad \text{та} \quad T_0 \cup T_1 = MX.$$

Простір X, який має бінарну нормальну передбазу $\mathcal{P}$, називається нормальним *суперкомпактним*.

Для X *суперрозширення* λX складається із всіх максимальних зчеплених систем замкнених підмножин в X. Сім'я множин $U^+ = \{\eta \in \lambda X \mid F \subset U \text{ для деякої } F \in \eta\}$, де U пробігає всі відкриті підмножини X, є передбазою для топології в λX.

Компактний простір X називається *відкрито-породженим* [4, 1], якщо X є граничним простором зворотнього σ-спектра, в якому всі проекції є відкритими відображеннями з метризовними ядрами. Поняття обернених спектрів, систематичне дослідження їх властивостей та представлення компактів незліченної ваги у вигляді зворотних спектрів можна знайти у [5].

Наступні твердження отримано В. Валовим [6].

Теорема 1. *[6, Proposition 3.2] Нехай X — відкрито-породжений компактний простір з бінарною передбазою $\mathcal{P}$ для замкнених множин. Тоді X є простором Дугунджі. Більше того, якщо X є зв'язним і $\mathcal{P}$ є нормальною, тоді X є абсолютним ретрактом.*

УДК 515.12+512.58
2010 *Mathematics Subject Classification:* 18B30, 54B30.

Наслідок 1.1. *[6, Corollary 3.3] Якщо X є відкрито-породженим компактним простором, тоді λX є простором Дугунджі. Якщо при цьому X є зв'язним, тоді простір максимальних зчеплених систем λX є абсолютним ретрактом.*

Нормованою неадитивною мірою [7] (нормованою ємністю) на компактному гаусдорфовому просторі X називаємо функцію $c : \mathrm{Exp}X \cup \varnothing \to I$ з такими трьома властивостями (нижче F, G – замкнені підмножини в X):

1. $c(\varnothing) = 0, c(X) = 1$;
2. якщо $F \subset G$, то $c(F) \leq c(G)$ *(монотонність)*;
3. якщо $c(F) \leq a$, то існує така відкрита множина $U \supset F$, що для кожної множини $G \subset U$ виконується $c(G) < a$ *(напівнеперервність згори)*.

Нехай L — компактна гаусдорфова топологічна гратка. Функція $c :\ \mathrm{Exp}\ X \to L$ називається *нормованою L-значною ємністю* [3] (нормованою граткозначною ємністю) на компактному просторі L, якщо виконано наступні умови:

1. $c(\varnothing) = 0, c(X) = 1$;
2. для кожних замкнених підмножин F, G простору X із включення $F \subset G$ випливає $c(F) \leq c(G)$ *(монотонність)*;
3. якщо $F \subset X$ замкнена і $c(F)$ міститься в околі $V \subset L$, то існує така відкрита множина $U \supset F$, що $c(G) \in V \downarrow$ для будь-якої замкненої множини $G \subset X$ для якої $G \subset U$ *(напівнеперервність згори)*.

У нашій статті L — цілком дистрибутивна гратка, тоді з топологією Лоусона вона є компактною гаусдорфовою дистрибутивною граткою Лоусона (див. [2] щодо основ теорії неперервних топологічних граток).

Надалі всі ємності вважаємо нормованими. На множинах MX дійснозначних ємностей та $M_L X$ граткозначних ємностей на компакті X розглядаємо тісні топології [7, 3], які теж виявляються компактними і гаусдорфовими.

Нашою метою є отримання для MX та $M_L X$ аналогів згаданих вище теорем В. Валова про простір λX.

2 Суперкомпактність та нормальна суперкомпактність просторів дійснозначних мір

Оскільки отримані В. Валовим доведення суттєво спираються на суперкомпактність λX, перевіримо, чи простір неадитивних мір MX є суперкомпактним. Для цього потрібно перевірити, чи в ньому існує бінарна передбаза для замкнених множин. Передбазу топології на MX утворюють множини вигляду $O_-(F, a) = \{c \in MX \mid c(F) < a\}$, де $F \underset{cl}{\subset} X, a \in \mathbb{R}$, і

$$O_+(U, a) = \{c \in MX \mid c(U) > a\} = \{c \in MX \mid \exists F \underset{cl}{\subset} U, c(F) > a\},$$

де $U \underset{op}{\subset} X, a \in \mathbb{R}$.

Таким чином, множини

$$\bar{O}_-(F,a) = MX \backslash O_-(F,a) = \{c \in MX \mid c(F) \geq a\},$$

де $F \underset{cl}{\subset} X, a \in \mathbb{R}$, та

$$\bar{O}_+(U,a) = MX \backslash O_+(U,a) = \{c \in MX \mid c(U) \leq a\} = \{c \in MX \mid \exists F \underset{cl}{\subset} U, c(F) \leq a\},$$

де $U \underset{op}{\subset} X, a \in \mathbb{R}$, є замкненими в MX і утворюють передбазу $\mathcal{P}$ для замкнених множин.

Теорема 2. *Передбаза $\mathcal{P}$ у MX є бінарною і нормальною.*

Доведення. Зрозуміло, що для будь-яких $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ та $U_1, U_2 \underset{op}{\subset} MX$ виконано $\bar{O}_+(U_1,a_1) \cap \bar{O}_+(U_1,a_2) \neq \varnothing$. Аналогічно для будь-яких $b_1, b_2 \in \mathbb{R}$ і $F_1, F_2 \underset{cl}{\subset} MX$ перетин $\bar{O}_-(F_1,a_1) \cap \bar{O}_-(F_1,a_2)$ є непорожнім. Розглянемо $\bar{O}_-(F,b)$ і $\bar{O}_+(U,a)$ та перевіримо, при яких умовах $\bar{O}_-(F,b) \cap \bar{O}_+(U,a) = \varnothing$. Якщо $\bar{O}_-(F,b) \cap \bar{O}_+(U,a) = \varnothing$, то

$$\{c \in MX \mid c(F) \geq b\} \cap \{c \in MX \mid c(U) \leq a\} = \varnothing,$$

а це можливо тоді і тільки тоді, коли $F \subset U$ та $a < b$ одночасно.

Якщо F не є підмножиною U, тоді існує $c_0(A) \in \bar{O}_-(F,a) \cap \bar{O}_+(U,a)$:

$$c_0(A) = \begin{cases} 1, & \text{при } A = X; \\ a, & \text{при } A \neq X, A \supset F; \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases}$$

Нехай $a \geq b$, тоді

$$c_0(A) = \begin{cases} 1, & \text{при } A = X; \\ b, & \text{при } A \neq X, A \neq \varnothing; \\ 0, & A = \varnothing. \end{cases}$$

Тепер розглянемо сукупність множин

$$\bar{O}_-(F_1,b_1), \bar{O}_-(F_2,b_2), \ldots, \bar{O}_-(F_n,b_n) \quad \text{і} \quad \bar{O}_+(U_1,a_1), \bar{O}_+(U_2,a_2), \ldots, \bar{O}_+(U_m,a_m),$$

де $n, m \in \mathbb{R}$, та доведемо, що коли кожні дві із них мають непорожній перетин, то і вся сукупність має непорожній перетин. Зрозуміло, що $\bigcap\limits_{k=1}^{m} \bar{O}_+(U_k,a_k) \neq \varnothing$ та $\bigcap\limits_{l=1}^{n} \bar{O}_-(F_l,b_l) \neq \varnothing$. Якщо для кожних i, j виконується $\bar{O}_+(U_i,a_i) \cap \bar{O}_-(F_j,b_j) \neq \varnothing$, то або F_j не є підмножиною U_i або $a_i \geq b_j$. Такий перетин є непорожнім, оскільки до нього належить наступна ємність $c_0(A) \in MX$:

$$c_0(A) = \begin{cases} 1, & \text{при } A = X, \\ \max\{b_i \mid A \supset F_i\}, & A \neq X, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$$

Якщо $F_j \supset F_i$, то $\{i \mid F_j \supset F_i\} \ni j$, тому для $c_0(F_j)$ маємо $\{b_i \mid F_j \supset F_i\} \ni b_j$, а, отже, $\max\{b_i \mid F_J \supset F_i\} \geq b_j$, і маємо $c(F_j) \geq b_j$. Отже, $c_0 \in \bar{O}_-(F_j,b_j)$. Також легко бачити, що $c_0 \in \bar{O}_+(U_i,a_i)$, тобто $c_0(U_i) \leq a_i$. Припустимо протилежне, тоді $c_0(U_i) > a_i$, а тому для деякого $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ маємо $F_j \subset U_i$ і $b_j > a_i$ одночасно, а це неможливо, оскільки за умовою $\bar{O}_+(U_i,a_i) \cap \bar{O}_-(F_j,b_j) \neq \varnothing$, тому або F_j не є підмножиною U_i, або $b_j < a_i$.

Отже, в MX існує бінарна передбаза для замкнених множин, а тому MX *є суперкомпактним простором.*

Дана бінарна передбаза $\mathcal{P}$ є нормальною, тобто для кожних неперетинних $S_0, S_1 \in \mathcal{P}$, існують такі $T_0, T_1 \in \mathcal{P}$, що

$$S_0 \cap T_0 = \varnothing = T_1 \cap S_1 \quad \text{та} \quad T_0 \cup T_1 = MX.$$

Нехай

$$S_0 = \bar{O}_+(U, a) = \{c \in MX \mid c(U) \le a\}, \qquad S_1 = \bar{O}_-(F, b) = \{c \in MX \mid c(F) \ge b\}.$$

Бачимо, що, коли $b > a$ та $F \subset U$, то $S_0 \cap S_1 = \varnothing$. Оскільки $F \subset U$, то існує така множина V, що $F \subset V \subset \mathrm{Cl}V \subset U$. Тоді T_0 і T_1 можна підібрати наступним чином:

$$T_0 = \bar{O}_-(\mathrm{Cl}V, d) = \{c \in MX \mid c(\mathrm{Cl}V) \ge d\}, \qquad T_1 = \bar{O}_+(V, d) = \{c \in MX \mid c(V) \le d\},$$

де $d = \frac{a+b}{2}$. Тоді $S_0 \cap T_0 = \varnothing$, бо $\mathrm{Cl}V \subset U$, $d > a$; $S_1 \cap T_1 = \varnothing$, бо $F \subset V$, $b > d$. Нехай $c_1 \notin T_1 = \bar{O}_+(V, d)$, тобто нерівність $c_1(V) \le d$ не виконується. Тоді $c_1(V) > d$. Але, оскільки $T_0 = \{c \in MX \mid c(\mathrm{Cl}V) \ge d\}$, то $c_1 \in T_0$. Аналогічно, якщо $c_1 \notin T_0$, то $c_1 \in T_1$. Отже, $T_0 \cup T_1 = MX$.

Цим доведено, що передбаза $\mathcal{P}$ дійсно є бінарною і нормальною. □

Наслідок 2.1. *Якщо X є відкрито-породженим компактним простором, то MX є абсолютним ретрактом.*

У [7] введено функтор ємностей M та описано його основні властивості, з яких випливає, що MX є відкрито-породженим простором для відкрито-породженого X. Оскільки на MX існує бінарна передбаза $\mathcal{P}$ для замкнутих множин, то MX є простором Дугунджі, а, враховуючи його зв'язність і нормальність $\mathcal{P}$, — і абсолютним ретрактом.

3 Властивості просторів граткозначних ємностей

Розглянемо тепер простір $M_L X$ граткозначних ємностей $c\colon \operatorname{Exp} X \to L$, де L — компактна гаусдорфова дистрибутивна гратка Лоусона. Побудуємо у $M_L X$ бінарну передбазу для замкнених множин. Топологія на $M_L X$ визначається передбазою, яка складається з усіх множин вигляду

$$O_-(F, V) = \{c \in M_L X \mid c(F) \le \alpha \text{ для деякого } \alpha \in V\} = \{c \in M_L X \mid c(F) \in V\downarrow\},$$

де $F \underset{cl}{\subset} X, V \underset{op}{\subset} L$, і

$$O_+(U, V) = \{c \in M_L X \mid c(F) \ge \alpha \ \text{ для деяких } F \underset{cl}{\subset} U, \alpha \in V\} =$$
$$= \{c \in M_L X \mid \exists F \underset{cl}{\subset} U, c(F) \in V\uparrow\},$$

де $U \underset{op}{\subset} X, V \underset{op}{\subset} L$.

Відповідно передбазу для замкнених множин в $M_L X$ утворюють множини

$$\bar{O}_+(U, W_1) = M_L X \backslash O_+(U, V_1) = \{c \in M_L X \mid c(U) \in W_1\},$$

де $W_1 = W_1 \downarrow = L \backslash V_1 \uparrow, W_1 \underset{cl}{\subset} L, U \underset{op}{\subset} X, V_1 \underset{op}{\subset} L$, та

$$\bar{O}_-(F, W_2) = M_L X \backslash O_-(F, V_2) = \{c \in M_L X \mid c(F) \in W_2\},$$

де $W_2 = W_2 \uparrow = L \backslash V_2 \downarrow, W_2 \underset{cl}{\subset} L, F \underset{cl}{\subset} X, V_2 \underset{op}{\subset} L$.

Якщо покласти $W_1 = \{\alpha\} \downarrow, W_2 = \{\beta\} \uparrow, \forall \alpha, \beta \in L$, то множини

$$\bar{O}_+(U, \alpha) = \bar{O}_+(U, W_1) = \{c \in M_L X \mid c(U) \leq \alpha,\ \alpha \in L\},$$

$$\bar{O}_-(F, \beta) = \bar{O}_+(U, W_2) = \{c \in M_L X \mid c(F) \geq \beta,\ \beta \in L\}$$

також утворюють передбазу $\mathcal{P}$ для замкнених множин в $M_L X$.

Теорема 3. *Передбаза $\mathcal{P}$ у $M_L X$ є бінарною і нормальною.*

Доведення. Зрозуміло, що для будь-яких $\alpha_1, \alpha_2 \in L$ та $U_1, U_2 \underset{op}{\subset} M_L X$ виконано $\bar{O}_+(U_1, \alpha_1) \cap \bar{O}_+(U_2, \alpha_2) \neq \varnothing$. Аналогічно для будь-яких $\beta_1, \beta_2 \in L$ і $F_1, F_2 \underset{cl}{\subset} M_L X$ перетин $\bar{O}_-(F_1, \beta_1) \cap \bar{O}_-(F_1, \beta_2)$ є непорожнім. Розглянемо $\bar{O}_-(F, \beta)$ і $\bar{O}_+(U, \alpha)$. Якщо $\bar{O}_-(F, \beta) \cap \bar{O}_+(U, \alpha) = \varnothing$, то

$$\{c \in M_L X \mid c(F) \geq \beta\} \cap \{c \in M_L X \mid c(U) \leq \alpha\} = \varnothing,$$

а це можливо тоді і тільки тоді, коли одночасно $U \supset F$ та $\alpha \ngeq \beta$. Якщо F не є підмножиною U, тоді існує міра $c_0(A) \in \bar{O}_-(F, \beta) \cap \bar{O}_+(U, \alpha)$ наступного вигляду:

$$c_0(A) = \begin{cases} 1, & \text{при } A = X; \\ \alpha, & \text{при } A \neq X, A \supset F; \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases}$$

Нехай $\alpha \geq \beta$, тоді

$$c_0(A) = \begin{cases} 1, & \text{при } A = X; \\ \beta, & \text{при } A \neq X, A \neq \varnothing; \\ 0, & A = \varnothing. \end{cases}$$

Тепер розглянемо сукупність множин

$$\bar{O}_-(F_1, \beta_1), \bar{O}_-(F_2, \beta_2), \ldots, \bar{O}_-(F_n, \beta_n), \text{ і}$$

$$\bar{O}_+(U_1, \alpha_1), \bar{O}_+(U_2, \alpha_2), \ldots, \bar{O}_+(U_m, \alpha_m), \text{ де } n, m \in \mathbb{R},$$

та доведемо, що коли кожні дві із них мають непорожній перетин, то і вся сукупність має непорожній перетин. Зрозуміло, що $\bigcap\limits_{k=1}^{m} \bar{O}_+(U_k, \alpha_k) \neq \varnothing$ та $\bigcap\limits_{l=1}^{n} \bar{O}_-(F_l, \beta_l) \neq \varnothing$. Якщо для всіх i, j виконується $\bar{O}_+(U_i, \alpha_i) \cap \bar{O}_-(F_j, \beta_j) \neq \varnothing$, то це означає, що або F_j не є підмножиною U_i, або $\alpha_i \geq \beta_j$. Такий перетин непорожній, до нього належить міра $c_0(A) \in M_L X$:

$$c_0(A) = \begin{cases} 1, & \text{при } A = X, \\ \sup\{\beta_j \mid A \supset F_i\}, & A \neq X, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$$

Покажемо, що $c_0 \in \bar{O}_-(F_j, \beta_j)$. Якщо $F_j \supset F_i$, то $\{i \mid F_j \supset F_i\} \ni j$, тому для $c_0(F_j)$ $\{\beta_i \mid F_j \supset F_i\} \ni \beta_j$, а, отже, $\sup\{\beta_i \mid F_J \supset F_i\} \geq \beta_j$, і маємо $c(F_j) \geq \beta_j$. Також легко бачити, що $c_0 \in \bar{O}_+(U_i, \alpha_i)$, тобто $c_0(U_i) \leq \alpha_i$. Припустимо протилежне, тоді $c_0(U_i) > \alpha_i$, а тому для деякого $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ маємо $F_j \subset U_i$ і $\alpha_i \not\geq \beta_j$ одночасно, а це неможливо, оскільки за умовою $\bar{O}_+(U_i, \alpha_i) \cap \bar{O}_-(F_j, \beta_j) \neq \varnothing$, тому або F_j не є підмножиною U_i, або $\beta_j \leq \alpha_i$. Отже, в $M_L X$ існує бінарна передбаза для замкнених множин, а тому $M_L X$ є *суперкомпактним простором.*

Тепер перевіримо, що дана передбаза $\mathcal{P}$ для замкнених підмножин є нормальною. Нехай

$$S_0 = \bar{O}_+(U, \alpha) = \{c \in M_L X \mid c(U) \leq \alpha\},$$
$$S_1 = \bar{O}_-(F, \beta) = \{c \in M_L X \mid c(F) \geq \beta\}.$$

Якщо $F \subset U$ та $\alpha \not\geq \beta$ $\alpha, \beta \in L$, то $S_0 \cap S_1 = \varnothing$.

Із [2, Exercise IV-3.32] ми знаємо, що якщо L — цілком дистрибутивна гратка, то для кожних $\alpha \neq \beta$ існує відображення $\varphi : L \to I$, де $I = [0, 1]$, яке зберігає супремуми та інфімуми й відокремлює α та β. Це означає, що, якщо $\alpha \not\geq \beta$, то $\alpha \vee \beta \neq \alpha$, $\alpha \vee \beta \geq \beta$. Тоді $\varphi(\alpha \vee \beta) = \varphi(\alpha) \vee \varphi(\beta) \neq \varphi(\alpha)$, і $\varphi(\alpha) < \varphi(\beta)$.

Виберемо таке $d \in I$, що $\varphi(\alpha) < d < \varphi(\beta)$. Нехай

$$\mathcal{A} = \{\alpha' \in L \mid \varphi(\alpha') \leq d\} \ni \alpha, \qquad \mathcal{B} = \{\beta' \in L \mid \varphi(\beta') \geq d\} \ni \beta.$$

Із властивостей функції φ випливає

$$\varphi(\sup \mathcal{A}) = \sup \varphi(\mathcal{A}) \leq d, \qquad \varphi(\inf \mathcal{B}) = \inf \varphi(\mathcal{B}) \geq d.$$

Нехай $\alpha_0 = \sup \mathcal{A}$, $\beta_0 = \inf \mathcal{B}$. Отримуємо нерівності: $\alpha_0 \geq \alpha$, $\beta_0 \leq \beta$. $\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = L$, тому для $\forall \gamma \in L$ або $\gamma \leq \alpha_0$ або $\gamma \geq \beta_0$, та $\alpha_0 \not\geq \beta$, $\beta_0 \not\leq \alpha$. В X виберемо таку відкриту множину W, що $F \subset W \subset \bar{W} = \mathrm{Cl} W \subset U$.

Нехай $T_0 = \bar{O}_-(\bar{W}, \beta_0)$, $T_1 = \bar{O}_+(W, \alpha_0)$.

Маємо $S_0 \subset T_1$, оскільки, коли $c(U) \leq \alpha$ та $U \supset W$, то із монотонності міри отримуємо $c(W) \leq c(U) \leq \alpha$. Оскільки $\alpha \leq \alpha_0$, то $c(W) \leq \alpha_0$, а, отже, $\bar{O}_+(U, \alpha) \subset \bar{O}_+(W, \alpha_0)$. Аналогічно, якщо $c(F) \geq \beta$, то $c(\bar{W}) \geq c(F) \geq \beta \geq \beta_0$, а тому $\bar{O}_-(F, \alpha) \subset \bar{O}_-(\bar{W}, \beta_0)$, тобто $S_1 \subset T_0$.

Також $S_0 \cap T_0 = \varnothing$, оскільки $U \supset \bar{W}$ та $\alpha \not\geq \beta_0$. Так само отримуємо $S_1 \cap T_1 = \varnothing$, тому що $F \subset W$ та $\alpha_0 \not\geq \beta$.

Залишилося показати, що $T_0 \cup T_1 = M_L X$. Оскільки для кожного $\gamma \in L$ виконується або нерівність $\gamma \leq \alpha_0$, або $\gamma \geq \beta_0$, то, якщо $c(F) \notin \bar{O}_+(W, \alpha_0)$, тобто не виконується нерівність $c(W) \leq \alpha_0$, то $c(W) \geq \beta_0$. Маємо $\bar{W} \supset W$, тому $c(\bar{W}) \geq c(W) \geq \beta_0$, і, отже, $c \in \bar{O}_-(\bar{W}, \beta_0)$. Навпаки, якщо $c(F) \notin \bar{O}_-(\bar{W}, \beta_0)$, тобто нерівність $c(\bar{W}) \geq \beta_0$ не виконується, тоді $c(\bar{W}) \leq \alpha_0$. $\bar{W} \supset W$, тому $c(W) \leq c(\bar{W}) \leq \alpha$. Отже, $c \in \bar{O}_+(W, \alpha_0)$.

Ми довели, що передбаза $\mathcal{P}$ в $M_L X$ є бінарною нормальною. □

Отже, $M_L X$, як і MX, є *суперкомпактним простором.*

Наслідок 3.1. *Для відкрито-породженого X простір $M_L X$ є відкрито-породженим компактним простором з бінарною передбазою $\mathcal{P}$ для замкнених множин, тому є простором Дугунджі.*

Зауваження. *Як бачимо, залишилось нез'ясованим питання, у яких випадках простір $M_L X$ є абсолютним ретрактом: a) для даних X, L; b) для даного X і всіх цілком дистрибутивних L; c) для даної L і всіх зв'язних X. Це стане темою наступної публікації.*

References

[1] Fedorchuk V.V., Filippov V.V. General topology: fundamental constructions. MGU Publ., Moscow, 1988. (in Russian)

[2] Gierz G., Hofmann K.H., Keimel K., Lawson J.D., Mislove M., Scott D.S. Continuous Lattices and Domains. In: Encyclopedia of Mathematics and its Applications, Vol. 93. Cambridge University Press, 2003.

[3] Nykyforchyn O.R. *Capacities with values in compact Hausdorff lattices*. Applied Categorical Structures 2011, **15** (3), 243–257. doi: 10.1007/s10485-007-9061-z

[4] Shchepin E.V. *Functors and uncountable powers of compacta*. Russian Mathematical Surveys 1981, **36** (3), 1–71. doi: 10.1070/RM1981v036n03ABEH004247

[5] Shchepin E.V. *Method of inverse spectra in topology of bicompacts*. Mathematical Notes 1982, **31** (2), 154–162. doi: 10.1007/BF01158138

[6] Valov V. *Extenders and $\varkappa$-Metrizable Compacta*. Mathematical Notes 2011, **89** (3), 319–327. doi: 10.4213/mzm9052

[7] Zarichnyi M.M., Nykyforchyn O.R. *Capacity functor in the category of compacta*. Sbornik: Mathematics 2008, **199** (2), 159–184. doi: 10.4213/sm1504

Надійшло 25.12.2012

Cherkovskyi T.M. *Supercompactness of spaces of capacities and its consequences*. Carpathian Mathematical Publications 2013, **5** (1), 143–149.

It is proved that the space of normalized real-valued capacities on an openly generated compactum is an absolute retract. Existence of a normal binary subbase for closed subsets in the space of normalized lattice-valued capacities on an openly generated compactum is also shown, which implies that this space is a Dugundji space.

Key words and phrases: supercompactness, capacity, Dugundji space, absolute retract.

Черковский Т.М. *Суперкомпактность пространств емкостей и ее следствия* // Карпатские математические публикации. — 2013. — Т.5, №1. — С. 143–149.

Доказано, что пространство нормированных действительнозначных емкостей на открыто-порожденном компакте является абсолютным ретрактом. Показано, что в пространстве нормированных решеткозначных емкостей существует нормальная бинарная предбаза для замкнутых множеств, откуда следует, что это пространство является пространством Дугунджи.

Ключевые слова и фразы: суперкомпактность, емкость, пространство Дугунджи, абсолютный ретракт.